

تمرين :

ليكن A جبري فوق الحلقة R أي $x_1, x_2, x_3, x_u \in A$ حيث

$$[[x_1, x_2], x_3], x_u] + [[x_2, x_1], x_u], x_3] \\ + [[x_3, x_u], x_1], x_2] + [[x_u, x_3], x_2], x_1] = 0$$

افرض $y = [x_1, x_2]$ حيث

$$[y, [x_3, x_u]] + [x_3, [x_u, y]] - [x_u, [y, x_3]]$$

$$[[y, x_3], x_u] = [y, [x_3, x_u]] - [x_3, [x_u, y]]$$

$$[[y, x_3], x_u] - [[y, x_u], x_3] = [y, [x_3, x_u]] \quad (1)$$

نفرض $z = [x_3, x_u]$ حيث

$$[z, [x_1, x_2]] + [x_1, [x_2, z]] + [x_2, [z, x_1]] = 0$$

$$[[z, x_1], x_2] = [z, [x_1, x_2]] + [x_1, [x_2, z]]$$

$$[[z, x_1], x_2] - [[z, x_2], x_1] = [z, [x_1, x_2]] \quad (2)$$

جمع (1) و (2) نجد

$$[[[x_1, x_2], x_3], x_4] + [[[x_2, x_1], x_4], x_3]$$

$$+ [[x_3, x_4], x_1] + [[x_4, x_3], x_2] =$$

$$[[x_1, x_2], [x_3, x_4]] + [[x_3, x_4], [x_1, x_2]] = 0$$

نيل
نتبع الشكل نفسه

بالدائمت لدينا M مودول M مودول جزئي من M

$$N \xrightarrow{\tau} M \xrightarrow{\pi} M/N$$

π : كل من الثاني الناحية

τ : كل من الطرف الثاني

$$\forall x \in N \quad \tau(x) = x$$

$$\Sigma_m(\tau) = \ker(\pi)$$

تعريف المتتاليات المتناهية :

نقول من متتالية من جبر R ونكتب $\{A_i\}$

$$A_i \xrightarrow{f_{i-1}} A_i \xrightarrow{f_i} A_{i+1} \xrightarrow{f_{i+1}}$$

منه الحلقة R : إذا كانت

$$\forall i \quad \ker(f_i) = \Sigma_m(f_{i-1})$$

$$0 = f_i(f_{i-1}(A_{i-1}))$$

$$f_i f_{i-1} = 0$$

نتج من التعريف أن

$$\forall i \quad f_i f_{i-1} = 0$$

مثال : ليكن $f: A \rightarrow B$ تشويحي جوري متباين عندئذ

المتتالية ثالثة $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B$ مع متباينة A, B ومبررات الشرط
مفرد f

نتيجة :
الشرط اللازم والكافي ليعتبر التشويحي جوري متباين هو ان يكون
المتتالية $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B$ ثالثة

مثال :
ليكن $f: A \rightarrow B$ تشويحي جوري في ثامر

$$A \xrightarrow{f} B \rightarrow 0$$

$$\text{Im}(f) = B = \text{Ker}(0)$$

نلاحظ ان $\text{Im}(f)$ هو المتتالية
عندئذ المتتالية $A \xrightarrow{f} B \rightarrow 0$ ثالثة

نتيجة :
الشرط اللازم والكافي ليعتبر التشويحي جوري متباين هو ان يكون
المتتالية $A \xrightarrow{f} B \rightarrow 0$ ثالثة

مثال :
ليكن $f: A \rightarrow B$ تشويحي جوري اذا كانت f متباين ومفرد عندئذ
المتتالية الثالثة $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B \rightarrow 0$

نتيجة :
الشرط اللازم والكافي ليعتبر التشويحي جوري متباين هو ان يكون
المتتالية $0 \rightarrow A \xrightarrow{f} B \rightarrow 0$ ثالثة

التمرين 1 : متباين دغار

سأل :

ليكن A هو كفضاء المتعلق R هو \bar{A} متباين A عن \bar{A} المتباين

$$\bar{A} \xrightarrow{\pi} A \xrightarrow{\pi} A/\pi \rightarrow 0$$

سأله حيث :

 π التماثل الثاني π تماثل التماثل الثاني π تماثل التماثل الثاني π تماثل التماثل الثاني

درا

نقول في اي هذه المتباينة

ليكن A هو كفضاء المتعلق R هو \bar{A} متباين A عن \bar{A} المتباينالمتباين A/π هو متباين A/π هو متباين A/π هو متباين A/π هو متباين

انتهت الامتحان